

Guillermo Coronado

Kepler y las Tres Leyes del movimiento planetario: Culminación de la Revolución Kepléniana.

Resumen. Se discute el tratamiento de Kepler al problema del movimiento de la totalidad de los seis planetas alrededor del Sol, centro del Universo, y que se plantea en dos momentos. Primero, se obtienen las dos primeras leyes, de las elipses y áreas. Segundo, y como resultado de su pasión por las armonías o relaciones matemáticas, Kepler descubre la clave del Cosmos en la tercera ley o la relación de los cuadrados y cubos.

Palabras claves: Kepler. Historia astronomía. Astronomía moderna. Leyes de Kepler. Tercera ley.

Abstract. This text deals with Kepler's attempt to solve the problem of the movements of the six planets around the Sun, center of the Universe, which takes two stages. First, he obtains the two first laws of the planetarian movements, ellipses and areas laws. Second, as a result of his conviction that harmonies or mathematical relationships are key in understanding, Kepler obtains the third law, that of the relationships between squares and cubes.

Keywords: Kepler. History of Astronomy. Modern Astronomy. Kepler's Laws. Third Law.

Dados los hallazgos respecto del planeta Marte y que Johannes Kepler (1572-1630) comunicó en su obra de 1609, *Astronomia nova*, a saber, Marte no se mueve circular ni uniformemente, aunque sí en forma elíptica y con una regularidad que responde a las áreas recorridas en tiempos iguales, se genera un nuevo problema astronómico que podría denominarse como *el problema de la totalidad*, que se resume en las dos siguientes preguntas, que no son sino dos facetas de la misma cuestión: ¿Qué sucede con los otros cinco planetas? ¿Responden ellos a las combinaciones de movimientos circulares y uniformes de la astronomía tradicional elaborada desde los griegos o se conforman igualmente al nuevo enfoque elíptico de velocidad no uniforme propio del planeta Marte?

Kepler ofrece, en dos momentos, la

solución definitiva a dicho problema. Primero en el *Epitome de astronomía copernicana*, publicado en tres partes (1618, 1620 y 1621), y segundo, en el *Harmonice mundi libri V* (1619). Por medio de estas obras, Kepler presenta lo que después se denominaron las Tres Leyes del Movimiento Planetario, esto es, las leyes que rigen el movimiento o trayectoria de “todos” los planetas alrededor del Sol.

En el *Epitome de astronomia copernicana*, y con una estructura de preguntas y respuestas como medio de exposición, que rememora la estructura de una obra de su maestro Maestlin, *Epitome astronomiae* de 1582, Johannes Kepler presenta las correspondientes generalizaciones de las leyes de Marte a todos los restantes planetas (1). Se establece que todas las órbitas planetarias son elipses con el Sol en uno de sus focos; que dichas trayectorias obedecen a la ley

de las áreas, por lo que el radio vector barre áreas iguales en tiempos iguales, y la velocidad del cuerpo planetario no es uniforme, sino que presenta variaciones (2).

Resumiendo, se presenta la Primera Ley o ley de las elipses, y la Segunda Ley o ley de las áreas, ahora sí en un sentido general para la interpretación del todo del movimiento en el cosmos heliocéntrico (3).

En consecuencia, el movimiento y trayectoria de Marte deja de ser una excepción particular al axioma de la circularidad y uniformidad. Por el contrario, es simplemente una instancia de un conjunto de elipses con un movimiento que responden a la ley de las áreas. En otras palabras, las dos leyes que reflejaban el movimiento del planeta Marte, ahora son la constante para el todo de los seis planetas. El golpe asestado a la astronomía tradicional en 1609 se hace más contundente y definitivo. La venerable astronomía de la circularidad y uniformidad ha sido superada, aunque ello no sea necesariamente aceptado por los practicantes del nuevo heliocentrismo, como es patente en el caso de Galileo Galilei, que no emplea la propuesta kepleriana en sus muy famosas obras en defensa de la astronomía copernicana, como sus *Diálogos sobre los dos sistemas máximos* de 1632.

Pero el problema en cuestión tiene otro desenlace, que se proyecta más allá de las revolucionarias propuestas respecto del

movimiento de Marte, y nos remite a un contexto mucho más amplio. Supone una relación entre el tamaño de la órbita y el tiempo que se tarda en recorrerla.

Esta relación es muy significativa, y Kepler la descubre de manera paralela al tratamiento de la generalización de las dos leyes de Marte. Y la considera tan importante y determinante que su emoción se desborda al escribir el Proemio al quinto libro de su *Harmonice mundi*, aparecido en 1619, pero redactado en lo que nos concierne a mediados del año anterior. Sus palabras se reproducen a continuación.

“Lo que profeticé hace veinticinco años, cuando descubrí los cinco cuerpos geométricos entre las órbitas celestes, lo que creí firmemente mucho antes de haber leído la *Harmonica* de Ptolomeo, lo que prometí a mis amigos en el título de este libro, al que dí el nombre antes de estar seguro de mi descubrimiento, lo que apremié durante dieciséis años para que se buscara, aquello por lo que me uní a Tycho Brahe, por lo que me instalé en Praga, por lo que he dedicado la mayor parte de mi vida a las observaciones astronómicas, al fin he logrado aclararlo y reconozco su verdad entre mis esperanzas más íntimas. ... Aún no hace dieciocho meses desde el primer rayo de luz, tres meses desde la aurora, y pocos días desde que el Sol descubierta, el más admirable para ser contemplado, me iluminaron. Nada me detiene; dejaré libre mi furia sagrada; triunfaré sobre la humanidad con la honesta confesión de que he robado las vasijas de oro de los egipcios para construirle

un tabernáculo a mi Dios, lejos de los confines de Egipto. Si me perdonan, me alegro; si están enfadados, puedo soportarlo; la suerte está echada; he escrito mi libro; lo leerán ahora o en la posteridad, no importa cuándo; bien puedo esperar un siglo un lector, puesto que Dios ha esperado seis mil años un intérprete de sus palabras”.
(4)

“Para desarrollar su teoría de la armonía, Kepler se mueve dentro de tres disciplinas concretas: la geometría, la música y la astronomía. La geometría, cuyas figuras y leyes porta en sí el espíritu cual fiel reflejo de Dios, suministra las proporciones numéricas de las armonías. La música permite a la humanidad jugar con esas armonías para deleitarse, y ya no sorprende que las proporciones numéricas que rigen las melodías musicales coincidan con las que procura la geometría. En cambio, los movimientos de los astros, que se producen con tal excelso orden, fueron concertados por el mismísimo Dios de acuerdo con las proporciones numéricas que ofrece la geometría para que resultara el mejor y más bello de los mundos, el más semejante al Creador”(5).

En efecto, en el *Harmonice mundi libri V*, o *Cinco libros de la armonía del universo*, Kepler formula, entre otras varias armonías, aquella que correlaciona el tiempo de revolución y el tamaño -radio- de las trayectorias planetarias. Pero no de la forma directa y simple en que

Nicolás Copérnico creyó haberla encontrado, y que llamó Primera Ley de la Naturaleza (6): el tiempo de traslación es proporcional al radio de la órbita, o bien en terminología moderna T proporcional a R , sino de una manera mucho más sofisticada pero concordante con los hechos: el cuadrado del tiempo es proporcional al cubo del radio. En expresión tradicional se tiene que T al cuadrado es proporcional R al cubo. A esta generalización de Kepler se la denomina con el nombre de Tercera Ley del Movimiento Planetario. (7)

Ahora bien, es importante hacer énfasis que esta nueva regularidad es aplicable a todos los planetas, y en virtud de ella los rasgos de tamaño y período no son arbitrarios, ni tampoco simplemente una expresión matemáticamente forzada de los datos. Por el contrario, esta Tercera Ley muestra que las órbitas planetarias integran un todo representado por la relación matemática tiempo al cuadrado proporcional al radio al cubo.

Además, puesto que la proporcionalidad puede expresarse como una igualdad o ecuación siempre que se incorpore una constante, que es la misma para todos y cada uno de los planetas, las elipses planetarias no se agregan arbitrariamente, sino que responden a un sentido de totalidad producido por la vigencia de la constante correspondiente. Totalidad de los movimientos planetarios que se había

perdido en astronomía desde los tiempos de la fallida propuesta aristotélica con sus esferas y contraesferas. Totalidad que se manifiesta mediante una constante, la que llamada K, tendrá gran importancia en los desarrollos de mecánica celeste planteados en el transcurso del siglo XVII. (8)

Recapitulando, se tiene que desde un punto de vista negativo para la astronomía tradicional, la Primera Ley implica el abandono de la circularidad; la Segunda Ley supone el abandono de la uniformidad; y la Tercera Ley conlleva un sentido de totalidad que los criterios de circularidad y uniformidad, sin embargo, no proporcionaban. Ciertamente, se abandona el Axioma 1, tanto en su versión fuerte como débil, según se expuso previamente, en el capítulo primero de este libro. Por otra parte, y ahora en un sentido positivo, se retoma el sentido de totalidad que Aristóteles había considerado como esencial en astronomía, aunque el Estagirita no había podido realizarlo.

Además, se puede anotar que las Tres Leyes de Kepler también suponen un retorno a un ideal nunca realizado, y prácticamente nunca buscado desde el fracaso del modelo de Platón en el décimo libro de la *República*: la total simplicidad de la construcción teórica en astronomía, esto es, una única construcción geométrica para cada planeta. En el modelo platónico de la *República* se intentó pero resultó

radicalmente inadecuado y alejado de los hechos. En la nueva astronomía de Johannes Kepler, el ideal de tal simplicidad se compagina con el heliocentrismo, por una parte, pero concuerda con los datos o fenómenos, por la otra. Y ello es típico del nuevo enfoque científico en formación en ese momento, y del cual Kepler se convierte en un abanderado.

En consecuencia, se justifica plenamente afirmar que la simplicidad, economía, y belleza de la astronomía se expresan en las Tres Leyes del Movimiento Planetario formuladas por Kepler al cierre de la segunda década del siglo XVII.

No obstante, cabe preguntarse: ¿qué queda de la astronomía copernicana y sus principios incuestionables de la circularidad y la uniformidad? ¿Qué queda del retorno copernicano a los orígenes de la astronomía racional de los griegos? ¿Qué queda de la astronomía formulada por los griegos para responder al ideal de la circularidad y la uniformidad? La respuesta es muy simple y tajante: nada.

Por ello puede argumentarse que se está ante el verdadero momento de discontinuidad en la historia de la astronomía: la Revolución Kepleriana sienta las bases de la nueva astronomía moderna. Y si recordamos la propuesta de la *Astronomia nova* en 1609, desde su mismo título, esto es una nueva astronomía o física de los cielos. Si consideramos su idea de

la existencia de una fuerza magnética que desde el sol rige el movimiento de los planetas – no importando que se la dejara de lado posteriormente, lo radicalmente importante es que la senda hacia Newton está suficientemente trazada. Es decir, una dinámica del movimiento planetario y no simplemente una geometría o cinemática del mismo. En efecto, Kepler abre el camino a un cosmos en el que los planetas responden a causas físicas no simplemente a condicionamiento geométrico-formales. Y ello equivale a una astronomía radicalmente nueva.

Ahora bien, hay que reconocer que el programa de investigación kepleriano está en la ruta hacia la nueva física o mecánica celeste. Y eso es un aporte fundamental de Kepler. Pero también se debe reconocer que Kepler no tiene los fundamentos, al menos, de una dinámica que pueda darle basamento a su “física de los cielos” como expresaba en el título de su obra de 1609, *Astronomia nova*. Por ello, tanto en el *Epitome* como en el *Harmonice* se hacen evidentes rasgos de un cierto animismo, o presencia del alma o espíritu como factor explicativo de aspectos del movimiento planetario. En síntesis, que una parte, Kepler tendió hacia un “mecanicismo” tras su nueva física celeste, pero también defendió un cierto “animismo” de viejo cuño que lo hace bastante extraño para los creadores de la mecánica celeste en la tradición de Galileo, Descartes y por supuesto Newton.

Para volver al tema de la Tercera Ley como la Armonía del Universo es importante recordar que ella encaja en una larga tradición, de raíces pitagóricas, respecto de la música de los cielos, pero que para Kepler es, primero que todo, una cuestión de armonía entre cantidades matemáticas y no simplemente un sonido real en los cielos.(9) Tradición que también se entronca con el *Timeo* de Platón, en el que un Demiurgo, o artesano divino emplea relaciones matemáticas para hacer el puente entre la materia caótica y el mundo de las ideas o arquetipos eternos, creando o produciendo un cosmos, esto es, un orden. Asimismo, con el neoplatonismo de Proclo. Y en un campo más específico, con las investigaciones matemáticas del *Harmonice* de Ptolomeo. Esta tradición pitagórico- platónica es una fuente de inspiración para el joven Kepler, como ya se demostró en el caso del *Misterio del Cosmos* discutido en el capítulo noveno. Pero estará presente durante toda la madurez de Kepler hasta eclosionar en su labor paralela a la redacción del *Epitome*. Con más detalle lo describimos a continuación.

Descubrimiento de la relación armónica o tercera ley, de la $3/2$ potencia se remonta a mediados de mayo de 1618, casi finalizada la redacción del *Harmonice mundi*. Kepler termina el texto el 27 de ese mismo mes -aunque hace revisiones mientras se levanta el texto en la imprenta hasta mediados de febrero de 1619, fundamentalmente del capítulo 9 del libro V.

De hecho, el mismo Kepler apunta que el ocho de marzo tuvo la idea de la relación, pero la rechazó en virtud de un error computacional, pero que el 15 de mayo de nuevo la consideró y el resultado resultó aceptable. Kepler la presenta por primera vez en el capítulo 3, del libro V, y la emplea en sus desarrollos hacia el final del mismo, capítulo 9. Este libro V es la culminación de su obra sobre la armonía del universo que aparece en el año de 1619. (10)

1) *Epitome de astronomía copernicana*, 1621, libro V.

2) A esta ley, en sus demostraciones, Kepler la denomina ley de las distancias, en virtud del tratamiento geométrico del asunto.

3) Se exponen principalmente en el Libro V del *Epitome*. Recuérdese que la numeración actual no proviene de Kepler, quien no se refiere a ellas de esa manera. Además, tampoco es el orden de descubrimiento, pues como se señaló en capítulo anterior, por ejemplo, la ley de las áreas, segunda ley, se establece antes que la primera o ley de las trayectorias elípticas. Se afirma, Owen Gingerich, en comunicación a los miembros de HASTRO.L@LISTSERV.WWU.EDU, red de internet, del 7 de marzo del 2004, que la numeración actual proviene del astrónomo francés J.J. Lalande, en su *Abrege d'Astronomie*, de 1774.

4) *Johan Kepler* por Oliver Lodge citado en Newman, James R, Sigma, 1968, *El mundo de las matemáticas*. Ediciones Grijalbo, México, Tomo I, páginas 158-159.

5) Caspar, Max. 2003. *Kepler*. Acento Editorial. Página 348.

6) Nicolás Copérnico la presenta en su *De revolutionibus orbium coelestium*, libro primero, capítulo décimo, cuando escribe: “Y aunque todas estas cosas son difíciles, casi inconcebibles, y

contrarias a la opinión de muchos, con la ayuda de Dios, en lo que sigue las habremos de tornar más claras que el Sol, al menos para quienes no ignoren el arte de la matemática. En efecto, si dejamos intacta la primera ley (pues nadie ha de proponer otra más conveniente) de que la magnitud de las órbitas se mide por la magnitud del tiempo,...”. Copérnico, Nicolás. 1965. *Las Revoluciones de las Esferas Celestes*. Libro primero. Eudeba, Buenos Aires, página 81.

7) “La relación es la siguiente: si uno compara la distancia de los distintos planetas respecto del Sol con el tiempo que tardan en girar en torno a él, el cubo de las respectivas distancias es proporcional al cuadrado de los tiempos correspondientes. En otras palabras, la razón de r a T es la misma para todos los planetas. O, la longitud del año planetario depende de la $3/2$ potencia de su distancia al Sol. O, la velocidad de cada planeta en su órbita es proporcional a la inversa de la raíz cuadrada de su distancia al Sol, El producto de la distancia por el cuadrado de la velocidad es igual para cada planeta”. Lodge, 1969, *Johan Kepler*, página 158.

8) Igualmente vale la pena recordar el papel que una tal constante tiene en el camino heurístico de Newton hacia una mecánica celeste elaborada sobre la idea de la gravitación universal.

9) Kepler es muy claro en señalar que la música de los cielos es música perceptible al espíritu y no a los oídos. En efecto, escribe que “..., los movimientos celestes no son más que una música polifónica constante (perceptible por el entendimiento, no por el oído), una música que mediante tensiones disonantes, digamos a través de síncopas y cadencias, avanza hacia cláusulas concretas y predeterminadas de seis miembros, y de este modo va marcando señales distintivas en el decurso inconmensurable del tiempo”. Caspar, Max. *Kepler*, página 362.

10) El proceso de descubrimiento lo describe el mismo Kepler de la siguiente forma: “Después de calcular los intervalos orbitales reales ayudándome de las observaciones de Brahe a lo largo de tanto tiempo de incesante trabajo, al fin, al fin, apareció ante mí la verdadera proporción de los períodos de revolución con respecto a la proporción de las órbitas. El 8 de marzo de este año de 1618, si se

desea la fecha exacta, acudió a mi mente. Pero mi mano no estuvo afortunada al someterla a los cálculos y la deseché como falsa. Finalmente, el 15 de mayo, volvió a aparecer y venció las tinieblas de mi espíritu con una nueva embestida, mostrando una compatibilidad tan perfecta con el trabajo que realicé durante diecisiete años, con las observaciones tícónicas y con mis criterios actuales, que en principio creí haberlo soñado y haber presupuesto lo que buscaba a partir de los datos de las pruebas. Sin embargo, es completamente seguro, y encaja a la perfección que la proporción que existe entre los períodos de revolución de dos planetas cualesquiera equivale exactamente a una vez y media la proporción de sus distancias medias". Caspar, Max. 2003. *Kepler*. Acento Editorial. Página 365.

Bruce Stephenson, en su obra *The Music of the Heavens. Kepler's Harmonic Astronomy*, 1994, Princeton, NJ, Princeton University Press, página 125, expresa en gran forma el planteamiento kepleriano, cuando escribe: "The Harmonices mundi libri V, ... The principal theses of its five books were that certain ratios, arising from the eternal geometry of regular polygons, were particularly noble; that the influence of music on the human soul depended upon these ratios, as did the influence of astrological aspects of mundane matters such as the weather and the human soul; and that these same ratios had been had been systematically embodied in the creation of the solar system. Book 5, ..., sought - and found- harmony in the details of planetary astronomy" (página 118).