

Las paradojas (II parte)

[Apuntes de clase] *

*Álvaro Carvajal Villaplana

3. Las paradojas en Bertrand Russell

Russell descubre la paradoja de las clases entre 1901 y 1905, la fecha exacta es difícil de precisar. La Paradoja de Russell puede analizarse o dividirse en tres (Ferrater Mora, 1983, 661-662):

- *La paradoja de las clases:* esta paradoja consiste en que hay clases que no pertenecen a sí mismas, como la clase de todos los perros. Hay clases que pertenecen a sí mismas, como la clase de todas las clases, que es una clase.
- *La paradoja de las relaciones:* dadas tres relaciones, P , Q , R , hay que admitir que P relaciona R con Q si y solo si no es cierto que P relaciona R con Q . Pero Habida cuenta de que si algo es cierto del todo, es cierto de un elemento del todo, resulta que R relaciona R con Q si y solo si no es cierto que R relaciona R con Q .
- *Paradoja de las propiedades:* Hay propiedades que no se aplican a sí mismas, como la propiedad de ser una silla, que no es una silla. Estas son llamadas "propiedades impredicables". Hay propiedades que se aplican a sí mismas, como la propiedad de ser concebible, la cual es concebible. Estas son llamadas "propiedades predicables". Considerase la propiedad de ser impredicable. Si esta propiedad es predicable, no se aplica a sí misma y es, por tanto, impredicable, se

aplica a sí misma y, por tanto, es predicable.

En resumen: se trata de una paradoja de autoinclusión de una clase. Especialmente de aquellas clases que no tienen la propiedad de autoinclusión. Si R es la clase de todas las clases que no se autoincluyen, la paradoja nace al preguntar si R se pertenece o no a sí misma, si no se pertenece, entonces satisface su propiedad definitoria y, por ello, se pertenece a sí misma. Pero si se pertenece no satisface su propiedad definitoria y, por ende, no se pertenece a sí misma (Kilmister, 1992; Russell, 1982, p. 76-77).

4. Solución a las paradojas

En términos generales la solución a las paradojas se encuentra en que en el lenguaje común, las antinomias se producen porque la verdad o la falsedad, así como la pertenencia o no al conjunto, se incluyen en un mismo nivel de lenguaje. Lo cual no es posible, ya que Un mismo nivel de lenguaje no puede referirse a sí mismo; por lo que se ha utilizar otro nivel de lenguaje para referirse al anterior. Se presentan tres tipo de solución.

(a) Para su solución, Russell, por ejemplo, establece *la teoría de los tipos* (la teoría simple) para resolver su paradoja de los conjuntos, así cada tipo de lenguaje se refiere al tipo anterior. La teoría de los tipos divide el universo del discurso en una jerarquía (Haack, 1982, 164; Rodríguez, 1996, 116), de la siguiente manera:

- individuos
(tipo 0) x_0
- conjunto de individuos (tipo 1) x_1
- conjunto de conjuntos de individuos (tipo 2) x_2
- conjunto de conjuntos de (tipo n) x_n

Tenemos así que:

- Las clases son de diferente tipo lógico.
- Una clase no puede incluirse a sí misma como clase, sino que debe estar en otro nivel.
- No puede darse el caso que se reemplace en una sentencia inteligible un nombre individual de clase o uno de clases por el nombre de clases de clases.

Por ejemplo:

- “Russell ha muerto” (tiene sentido)
- “La clase de los hombres ha muerto” (No tiene sentido)
- “La clase de los hombres tiene tres miembros”(tiene sentido, pero es falsa)
- “Russell tiene tres miembros” (No tiene sentido)

En donde una oración no tiene sentido, su negación tampoco lo tiene.

(b) La *teoría ramifica de los tipos* (la teoría compleja) de Russell, en cambio, establece una jerarquía de órdenes de “proposiciones” (oraciones cerradas) y “funciones proposicionales” (oraciones abiertas), así como una restricción de que ninguna proposición (función proposicional) puede ser “acerca de”, i.e., que contenga un cuantificador que abarque a proposiciones (funciones proposicionales) del mismo orden o superior que el suyo propio. Se utiliza para resolver las teorías sobre la verdad y la falsedad autorreferentes como las del mentiroso.

La solución entonces tiene que ver con la distinción de niveles de lenguajes, en donde la verdad o falsedad de un enunciado es expresado por un predicado del siguiente nivel. Russell toma de Giuseppe Peano la reducción de todas las demás nociones aritméticas a tres ideas no definibles aritméticamente: “cero”, “número” y “sucesor”; de tal manera, las dirimió en términos de la teoría de las relaciones lógicas entre clases o conjuntos.

Russell definió un número como una clase de clases con el mismo número de miembros, el número dos, por ejemplo, como la clase de los pares, y así sucesivamente.

Existen otras soluciones aportados por Tarsky y Kripke, las cuales no se expondrán (véase Haack, 1982).

(c) La paradoja del barbero, dice que en la ciudad de Sevilla, existe un hombre que es barbero que afeita a los hombres, si y sólo si no se afeitan a sí mismos. El problema reside al responder a la pregunta ¿Se afeita el barbero a sí mismo?, si el barbero es vecino del lugar, se concluye que si se afeita a sí mismo, entonces no se afeita a sí mismo, pero, sino se afeita a sí mismo, entonces se afeita así mismo. Es obvio que se parte de unas premisas que son imposibles que se den. La definición del Barbero nos lleva a deducir que no existe tal barbero.

Bibliografía

Alston, W.P.; et. al; (1967/1976) *Los orígenes de la filosofía analítica. Moore, Russell y Wittgenstein*. Madrid: Tecnos.

Ferrater Mora, José; 1999. *Diccionario de filosofía de bolsillo*. Tomo 2. Madrid: Alianza.

Haack, Susan; (1978/1982) *Filosofía de las lógicas*. Madrid: Cátedra.

Kilmister, C. W., (1984/1992) Russell. México, D.F.: Fondo de Cultura Económica.

Russell, Bertrand; (1959/1982) *La evolución de mi pensamiento filosófico*. 2º ed. Madrid: Alianza Editorial.

Rodríguez, Rodolfo; (1996). *El mundo de la lógica: de la paradoja de la verdad*. San José: Imprenta de la Ciudad Hogar Calasanz.

Smullyan, Raymond; (1978/1984) *¿Cómo se llama este*

libro? Madrid: Cátedra.